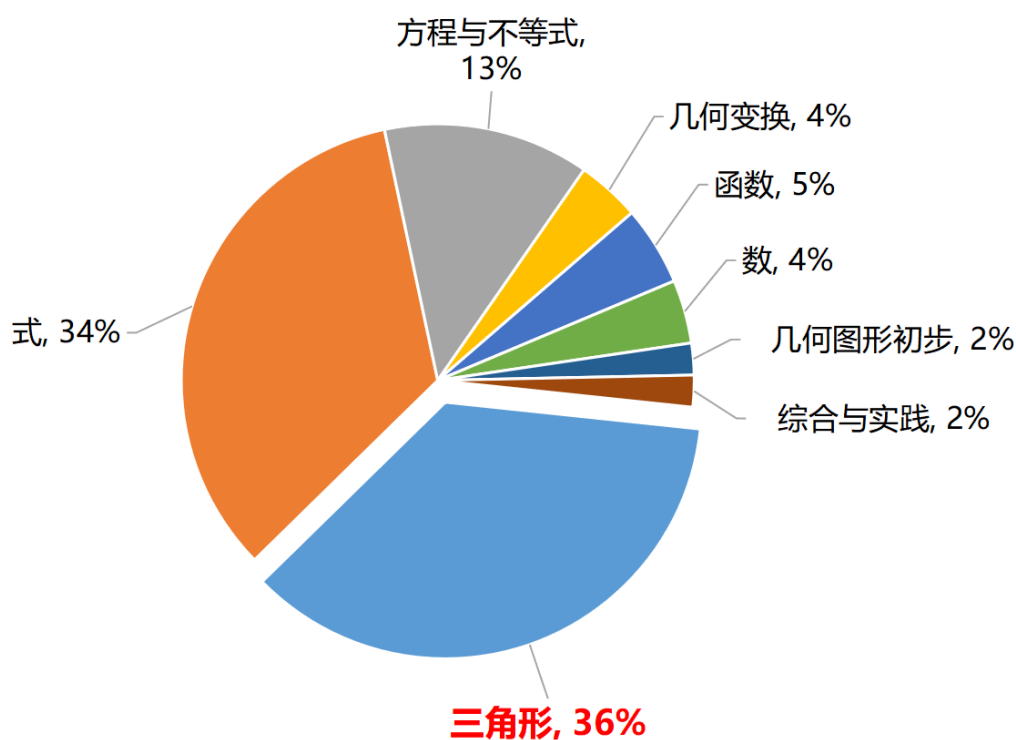


第1讲三垂直模型

本模块属于《全等三角形》的后续模块，重点包括全等的常见模型，综合性较强，本模块内容在考试常以压轴题的形式出现，需要帮学生建立一种基本题型的常规解法，遇到类似的题目能有思路、方向，也为旋转、相似等内容奠定基础。

本模块难度较高，适用于全等模型的专题学习，本模块分为三垂直模型、手拉手模型、半角模型和悬挂模型 3 讲内容，配套练习与讲义内容完全对照，帮助学生巩固各类题的解题技巧。

知己知彼

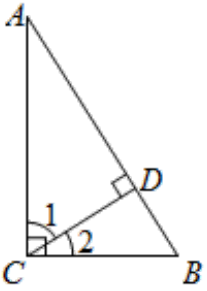
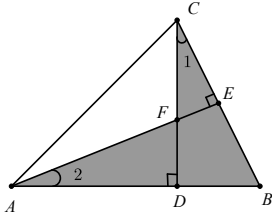


知识点	难度	考频
三垂直模型	★★★★	高
手拉手模型	★★★★	高
半角模型	★★★★	中
悬挂模型	★★★★	中

一、双垂直模型

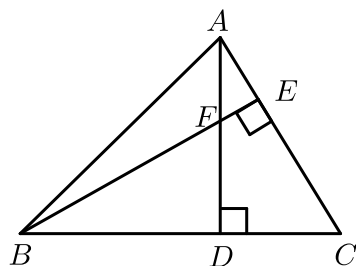
锦囊妙计

【经典图形】

双垂模型	八字模型
	
_____ _____	$\angle 2 + \angle FDA = \angle 1 + \angle CEF$ _____

栗子1

1. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 45^\circ$ ， F 是高 AD 和 BE 的交点， $CD = 4$ ，则线段 DF 的长度为（ ）。



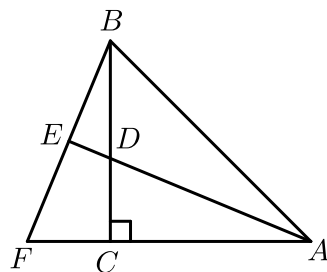
A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

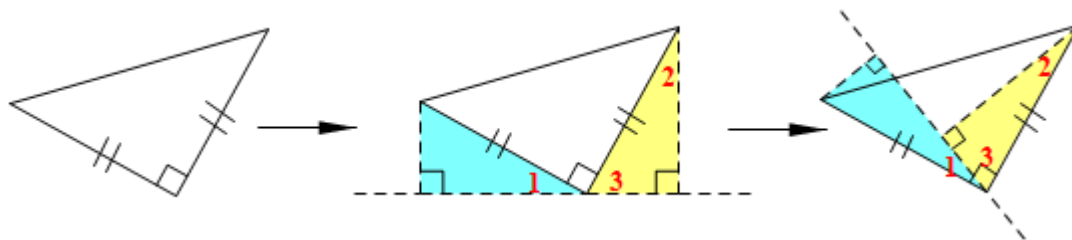
2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = BC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle BAC$ ， $BE \perp AD$ ，交 AC 的延长线于 F ， E 为垂足。则结论：① $AD = BF$ ；② $AC + CD = AB$ ；③ $BE = CF$ ；④ $BF = 2BE$ ，其中正确的结论是 _____（填序号）。



二、一线三垂直模型

 锦囊妙计

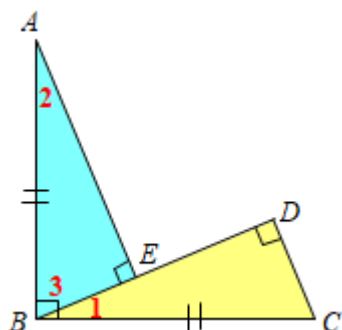
【经典图形】



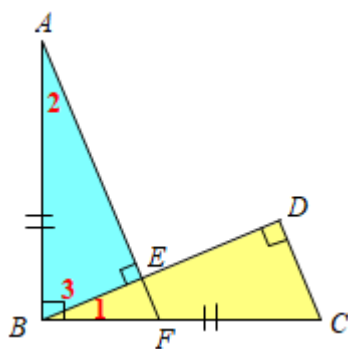
【核心考点】：

只要出现 _____，可以过 _____ 作一条直线，然后过 _____ 作该直线的垂线，构造三垂直模型

【变式图形】：



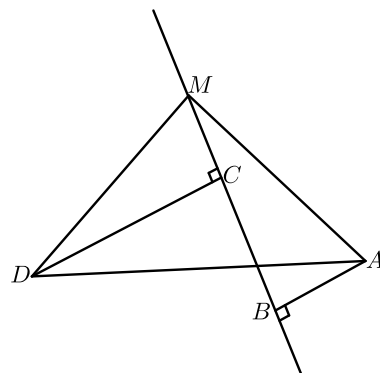
由 $\triangle ABE \cong \triangle BCD$ 得 _____



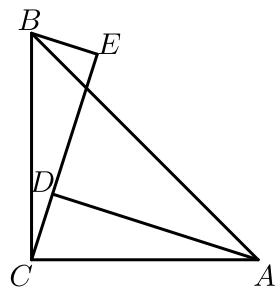
由 $\triangle ABE \cong \triangle BCD$ 得 _____

栗子2

3. 如图， $\triangle ADM$ 中， $AM = DM$ ， $\angle AMD = 90^\circ$ ，直线 l 经过点 M ， $AB \perp l$ ， $DC \perp l$ ，垂足分别为 B ， C ，若 $AB = 2$ ， $CD = 5$ ，则 BC 的长度为（ ）



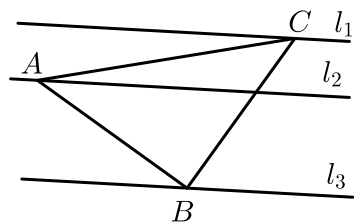
- A. 1.5 B. 3 C. 4 D. 5
4. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $BE \perp CE$ 于 E ， $AD \perp CE$ 于 D ， $DE = 4\text{cm}$ ， $AD = 6\text{cm}$ ，则 BE 的长是（ ）。



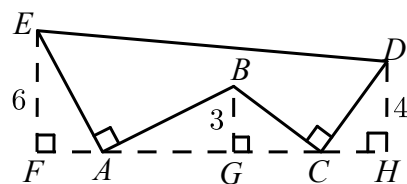
- A. 2 cm B. 1.5 cm C. 1 cm D. 3 cm

栗子3

5. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB = BC$ ，三角形的顶点在相互平行的三条直线 l_1 ， l_2 ， l_3 上，且 l_1 ， l_2 之间的距离为2， l_2 ， l_3 之间的距离为3，则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____。

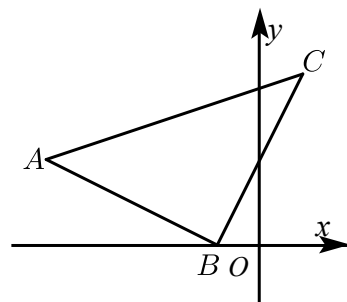


6. 如图, $AE \perp AB$ 且 $AE = AB$, $BC \perp CD$ 且 $BC = CD$, 分别过点 E, B, D 作 AC 所在直线的垂线段, 垂足为 F, G, H , $EF = 6$, $BG = 3$, $DH = 4$, 则图中实线所围成的图形的面积 S _____.

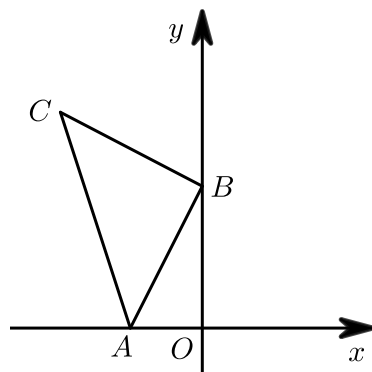


栗子4

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = BC$, 点 B 的坐标为 $(-1, 0)$, 点 C 的坐标为 $(1, 4)$, 则点 A 的坐标为 ().



- A. $(5, 2)$ B. $(4, 2)$ C. $(-5, 2)$ D. $(-4, 2)$
8. 如图, $A(m, 0)$, $B(0, n)$, 以 B 点为直角顶点在第二象限作等腰直角 $\triangle ABC$, 则 C 点的坐标为 _____ .
(用字母 m, n 表示)



9. 已知， $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $BC = AB$ ， A 点在 x 轴负半轴上，直角顶点 B 在 y 轴上，点 C 在 x 轴上方。

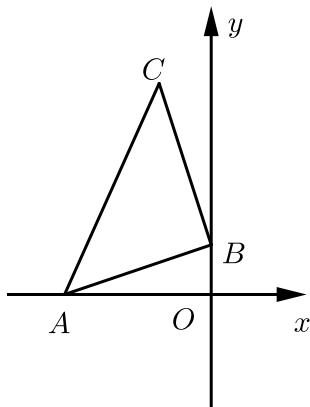


图 1

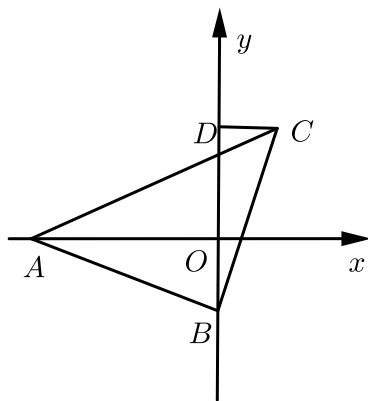


图 2

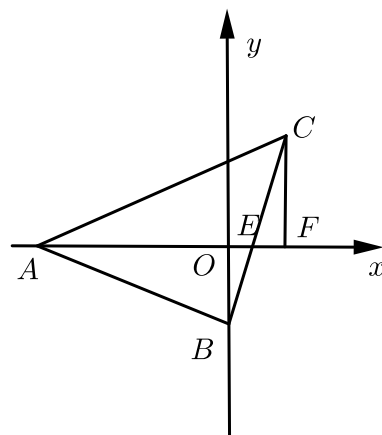
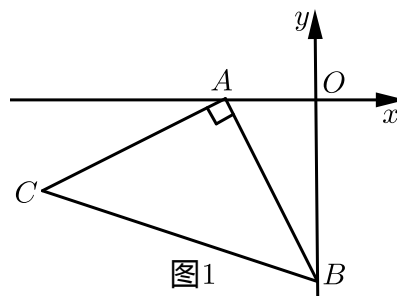


图 3

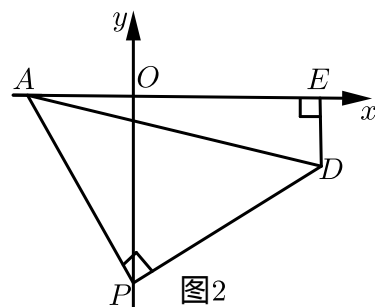
- (1) 如图1所示，若 A 的坐标是 $(-3, 0)$ ，点 B 的坐标是 $(0, 1)$ ，求点 C 的坐标。
- (2) 如图2，过点 C 作 $CD \perp y$ 轴于 D ，请写出线段 OA ， OD ， CD 之间等量关系。
- (3) 如图3，若 x 轴恰好平分 $\angle BAC$ ， BC 与 x 轴交于点 E ，过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于 F ，问 CF 与 AE 有怎样的数量关系？并说明理由。

10. 如图1, $OA = 2$, $OB = 4$, 以A点为顶点, AB 为腰在第三象限作等腰直角 $\triangle ABC$.

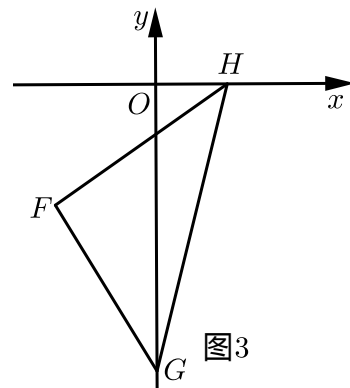


(1) 求C点的坐标 .

- (2) 如图2, $OA = 2$, P 为 y 轴负半轴上的一个动点, 若以 P 为直角顶点, PA 为腰作等腰直角 $\triangle APD$, 过 D 作 $DE \perp x$ 轴于 E 点, 求 $OP - DE$ 的值 .



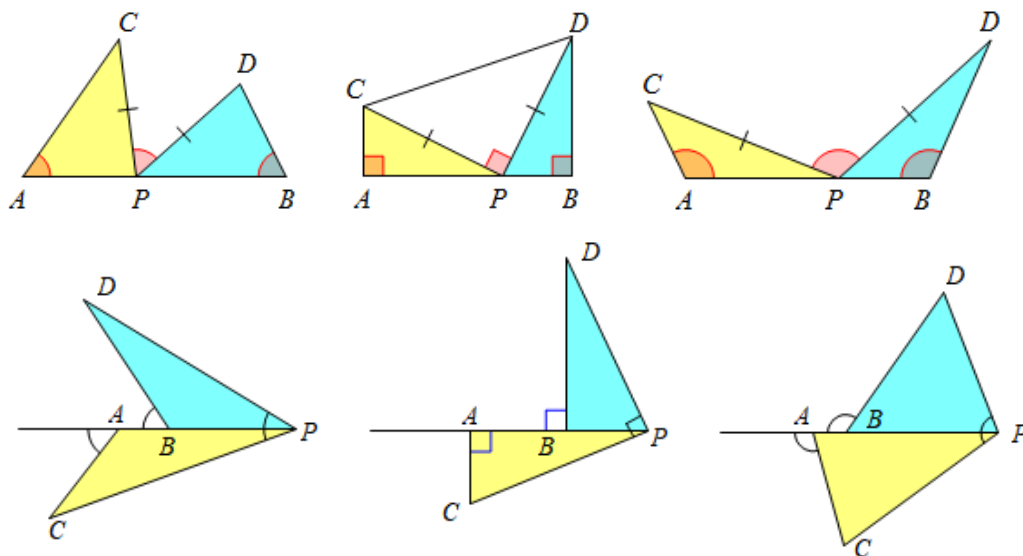
- (3) 如图3, 点 F 坐标为 $(-4, -4)$, 点 $G(0, m)$ 在 y 轴负半轴, 点 $H(n, 0)$ 在 x 轴的正半轴, 且 $FH \perp FG$, 求 $m + n$ 的值 .



三、一线三等角模型

锦囊妙计

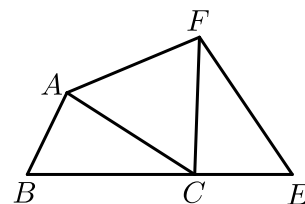
【经典图形】：



【核心考点】：只要在同一条直线上出现_____相等，一般都可以构造全等三角形解决问题。

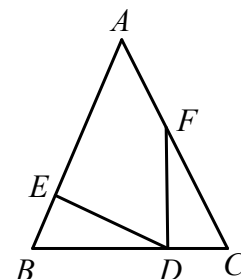
栗子6

11. 如图，点 B, C, E 在同一条直线上， $\angle B = \angle E = \angle ACF = 60^\circ$ ， $AB = CE$ ，则与线段 BC 相等的线段是（ ）。

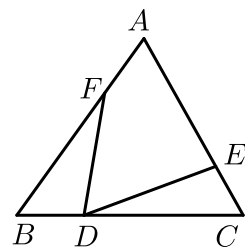


- A. AC B. AF C. CF D. EF

12. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 为 BC 上一点， E, F 两点分别在边 AB, AC 上，若 $BE = CD$ ， $BD = CF$ ， $\angle B = \angle C$ ， $\angle A = 50^\circ$ ，则 $\angle EDF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



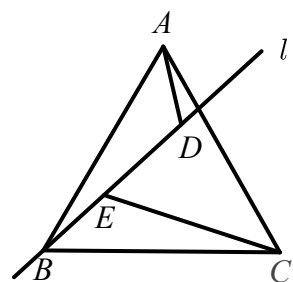
13. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = \angle ACB$ ， D 为 BC 上的一点， $BF = CD$ ， $CE = BD$ ，则 $\angle EDF$ 等于（ ）。



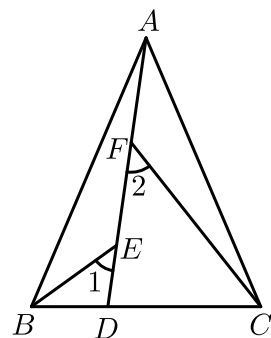
- A. $90^\circ - \angle A$ B. $90^\circ - \frac{1}{2}\angle A$ C. $180^\circ - \angle A$ D. $45^\circ - \frac{1}{2}\angle A$

栗子7

14. 如图，直线 l 经过等边三角形 ABC 的顶点 B ，在 l 上取点 D 、 E ，使 $\angle ADB = \angle CEB = 120^\circ$ 。若 $AD = 2\text{cm}$ ， $CE = 5\text{cm}$ ，则 $DE = \underline{\hspace{1cm}} \text{cm}$ 。

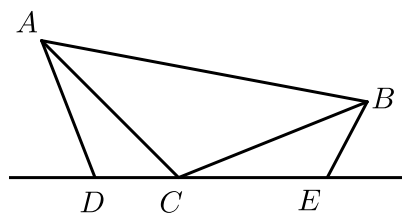


15. 如图，在等腰三角形 ABC 中， $AB = AC$ ， $AB > BC$ 。点 D 在边 BC 上， $CD = 2BD$ ，点 E 、 F 在线段 AD 上， $\angle 1 = \angle 2 = \angle BAC$ 。若 $\triangle ABC$ 的面积为9，则 $\triangle ABE$ 与 $\triangle CDF$ 的面积之和为 _____。



16. 如图, $AC = BC$, $\angle ADC = \angle ACB = \angle BEC = 120^\circ$, 且点 D 、 C 、 E 在同一条直线上. 求证:

$$DE = AD + BE.$$



17. 解答:

(1) 如图1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 、 A 、 E 三点都在直线 m 上, 并且有

$\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC = \alpha$, 其中 α 为任意锐角或钝角. 请问结论 $DE = BD + CE$ 是否成立?

若成立, 请你给出证明; 若不成立, 请说明理由.

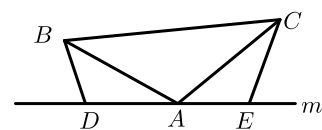


图1

(2) D 、 E 是 D 、 A 、 E 三点所在直线 m 上的两动点 (D 、 A 、 E 三点互不重合), 点 F 为 $\angle BAC$ 平分线上的一点, 且 $\triangle ABF$ 和 $\triangle ACF$ 均为等边三角形, 连接 BD 、 CE , 若 $\angle BDA = \angle AEC = \angle BAC$, 试判断 $\triangle DEF$ 的形状并说明理由.

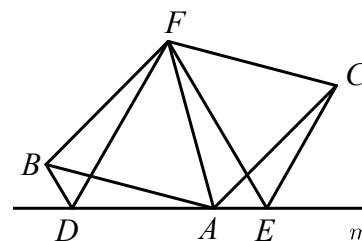


图2